Índice

¿Te lo sabes?

Continúa

¿Qué es la Estadística?

¿Quién no ha oído hablar de la estadística? Todo el mundo, en casa o en la calle, en la televisión y los periódicos, ha escuchado alguna vez la palabra *estadística*: *Según una estadística elaborada por…el …% de los ciudadanos…*
De acuerdo con las estadísticas… el Instituto Nacional de Estadística ha publicado hoy… Un estudio estadístico concluye que… Las estadísticas confirman...

Asociado a la estadística van conceptos como *encuesta*, *media*, *muestra*, *preguntas*, *porcentaje*, *probabilidad*, *aleatorio, etc.* Entonces, ¿qué es exactamente la estadística? ¿es la estadística una encuesta, una media, una probabilidad? ¿calcular porcentajes? La respuesta es NO. La estadística es todo eso y más.

A lo largo de este apartado vamos a tratar de responder a todas estas preguntas. En esta primera parte, hablaremos de fenómenos aleatorios, mientras que en la segunda, explicaremos las principales técnicas usadas en Estadística para estudiar y analizar los datos obtenidos.

¿Qué es la Estadística?

Puede decirse que la Estadística es la **herramienta** que se utiliza cuando se quiere estudiar un hecho, el que sea, y no se conocen las leyes que lo rigen.

En estos casos lo único que se puede hacer es **observar el fenómeno** o suceso de interés y **tomar datos**, y luego **analizar** esos datos y ver si tienen relación con otras variables, si se comportan de alguna forma especial…

La Estadística consiste en todo eso, recoger los datos, estudiarlos, analizarlos y sacar conclusiones. Y basándonos en las observaciones, a veces seremos capaces de proponer una ley que explique o que al menos describa el comportamiento del suceso.

¿Qué es la Estadística?

Como herramienta al servicio de otras ciencias (igual que las Matemáticas) la Estadística aparece en todas partes, tanto ciencias empíricas (Física, Química, Biología…) como ciencias sociales (Economía, Sociología, Psicología…). Hasta en Lingüística se usa la estadística para determinar, por ejemplo, las letras más frecuentes en los textos de una lengua (que por cierto en el castellano son: *e, a, o* y *s*).

La palabra estadística tiene dos acepciones:

La Estadística, por un lado, es la ciencia del estudio de los datos asociados a un suceso o experimento.

Una estadística, por otro lado, es el hecho particular de estudiar un suceso concreto: recoger los datos y analizarlos. De hecho una de las actividades principales del INE es precisamente hacer estadísticas.

¿Qué es la Estadística?

Un poco de historia...

Las antiguas civilizaciones, como la egipcia, la china y la azteca, ya hacían estadísticas sobre el número de personas que vivían en las ciudades, normalmente para organizar el pago de impuestos y el ejército. En general a lo largo de toda la historia los gobiernos y dirigentes de las distintas naciones han procurado disponer de datos sobre la población con fines organizativos.

La Estadística como ciencia experimentó un gran avance gracias al desarrollo de la Matemáticas, en especial de la **Teoría de la Probabilidad**, cuyas bases no fueron establecidas hasta el siglo XVII por los matemáticos franceses Pierre de **Fermat** y Blaise **Pascal**. ¿Y qué tiene que ver la Probabilidad con la Estadística? ¡Mucho! Hemos dicho que la Estadística es un instrumento para el estudio de un fenómeno cuando no se conocen que leyes lo rigen, y si hay fenómenos que no están regidos por leyes (aunque esto no es del todo cierto como veremos más adelante) eso son los fenómenos aleatorios. Y la base matemática para el estudio estadístico de los fenómenos aleatorios la proporciona la Teoría de la Probabilidad.

Los sucesos aleatorios

La Probabilidad es la rama de las Matemáticas que estudia el comportamiento de los **sucesos aleatorios**. Y bien, ¿qué es un suceso aleatorio? (también llamado fenómeno, o experimento aleatorio)

Un suceso aleatorio es aquel fenómeno que ejecutado bajo las **mismas condiciones**:

1- Puede tener **varios resultados**.

2- En cada ocurrencia del suceso es **imposible predecir** el resultado, atribuyéndose el mismo al **azar**.

Ejemplo: el lanzamiento de una moneda

1- ¿Puede tener varios resultados?	SÍ; dos en concreto: cara y cruz
2 - Antes de un lanzamiento, ¿puede predecirse su resultado?	NO, si vamos a lanzar la moneda no podemos saber de antemano si va a salir cara o cruz

Los sucesos aleatorios

Ejemplo de un suceso que **no** es aleatorio:

Si soltamos (soltar, no tirar) en casa una pelota hacia el suelo varias veces siempre desde la misma altura, la pelota *siempre* va a tardar el mismo tiempo en caer, y *siempre* va a caer con la misma velocidad y la misma aceleración, puesto que su caída está regida por las leyes del movimiento. Es decir, que si mantenemos las mismas condiciones, soltar la pelota sin imprimirle fuerza y desde la misma altura, el resultado del suceso va a ser que la pelota siempre tarda lo mismo en tocar el suelo, y siempre cae con la misma velocidad y aceleración (que en este caso es la gravedad). Este tipo de sucesos, en los que si las condiciones iniciales son siempre las mismas solo hay un resultado posible se denominan **sucesos deterministas**.

Sin embargo, si en vez de soltar una pelota hacia el suelo y fijarnos en el tiempo, velocidad y aceleración soltásemos un dado y nos fijáramos en qué número sale, da lo mismo que respetemos las condiciones de lanzarlo siempre desde la misma altura, el número va a variar de una vez a otra.

Los sucesos aleatorios

Entonces, si no sabemos lo que va a pasar, ¿cómo estudiamos los sucesos aleatorios?
Pese a su naturaleza azarosa, hay comportamientos que podemos esperar de un suceso aleatorio.

Por ejemplo, si lanzáramos una moneda *muchas muchas muchas* veces, pongamos 1.000 veces, podríamos **esperar** que de esas 1.000 veces, *más o menos* la mitad de las tiradas salieran cara y *más o menos* la otra mitad salieran cruz. Si no fuera así pensaríamos que *seguramente* la moneda está trucada.

¿Y por qué las palabras *más o menos* y *seguramente* están escritas en cursiva? Porque las leyes que rigen los sucesos aleatorios no son deterministas; no son del tipo *si se dan estas condiciones entonces va a pasar esto*. Muy pocas veces vamos a poder afirmar, con una seguridad de un 100% que un suceso aleatorio vaya a comportarse de tal manera. En su lugar hablaremos de que, cuando observamos el mismo fenómeno aleatorio muchas veces, es de esperar que las frecuencias con que aparecen los resultados se comporten *más o menos, probablemente* de cierta manera.

Continúa Inicio

La probabilidad de un suceso

Así pues sí hay leyes que rigen los fenómenos aleatorios, pero no son las leyes habituales. Son leyes del tipo *si repites este experimento aleatorio muchas veces, es muy posible que pase esto, pero con cierto margen de error*.

Lo más natural parece entonces estudiar qué resultados puede tener el fenómeno y qué posibilidades tiene cada resultado.

Igual que de un objeto físico se pueden medir variables como su masa, su volumen, la velocidad a la que se mueve (si es que se mueve)... de un suceso aleatorio podemos medir la **posibilidad de que ocurra**. E igual que la cantidad de materia se mide con la masa, y el espacio ocupado con el volumen, las posibilidades de ocurrencia de algo se miden con **probabilidades**.

Una probabilidad es una medida de la posibilidad que tiene un suceso de ocurrir.

Para estudiar un suceso aleatorio estudiamos las probabilidades de sus resultados.

La probabilidad de un suceso

Ejemplo:

Suceso: Lanzar un dado y que salga un 4.

El ejemplo del dado tiene una particularidad muy especial, y es que en principio, suponiendo que el dado no esté trucado, no hay razones para pensar que una cara tenga más posibilidades que otra de salir. En estos casos se habla de **sucesos equiprobables**, porque todas las caras tienen las mismas posibilidades de salir. Para calcular la probabilidad de este tipo de sucesos se utiliza la **regla de Laplace**, llamada así en honor de Pierre-Simon Laplace, el matemático francés del siglo XVIII que la desarrolló.

La regla de Laplace

La regla de Laplace dice lo siguiente:

$$P(\text{suceso X}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

P(suceso X) significa *probabilidad de que suceda el suceso X*, o más abreviadamente, *probabilidad de X*.

Entonces ¿cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado salga un 4? ¿Y un número impar?

Suceso	Casos favorables	Casos posibles	Probabilidad
Sacar un 4	**1** (hay un 4 en el dado)	**6** (hay 6 posibles resultados)	**1** / **6**
Sacar un número impar	**3** (hay tres números impares en el dado: el 1, el 3 y el 5)	**6** (hay 6 posibles resultados)	**3** / **6** = ½

Dato curioso: los dados de un casino

Un casino es un establecimiento en el que se puede jugar a juegos de azar apostando dinero. Uno de los juegos consiste en lanzar dos dados y en función de lo que salga se gana o se pierde. En teoría los resultados de lanzar un dado son equiprobables (se dice que el dado está *equilibrado*) pero en la práctica no siempre es así.

Que los resultados sean equiprobables depende de cómo esté fabricado el dado, que el material del que esté hecho esté distribuido uniformemente, que todas las caras sean iguales en tamaño... cuando jugamos en casa a algún juego de mesa como el parchís nos da igual que el dado tenga pequeñas irregularidades que favorezcan un poquito más al cuatro frente al uno, de hecho seguramente ni nos percatemos, pero en el caso de un casino no da lo mismo. Se busca que todos los resultados tengan la misma probabilidad de salir, así que tienen que ser unos dados *casi perfectos.*

Dato curioso: los dados de un casino

Los dados de casino suelen fabricarse en material transparente, para que pueda verse su interior y se vea que no está trucado. Se procura que la densidad del material se distribuya uniformemente por todo el dado, para que no haya unas caras más favorecidas que otras.

Los puntos (llamados *pipas*) se taladran y se pintan con una pintura de la misma densidad que el material del dado para no alterar el peso de las caras. Se fabrican con las aristas completamente rectas en vez de redondeadas, para evitar que haya caras de distintos tamaños, y por lo tanto con distintas probabilidades de aparición. Además los dados de casino se cambian periódicamente, puesto que con el uso se desgastan y los resultados dejan de ser equiproblables.

Y por cierto, ¿te has fijado en que en un dado los números están dispuestos de forma que las caras opuestas siempre suman siete?

Notas importantes sobre Probabilidad

1- La probabilidad de un suceso sólo toma valores entre **0 y 1** (o entre 0 y 100 si viniera dada en porcentaje).

2- Un suceso que tiene probabilidad 0 es un suceso que no puede ocurrir, y se denomina **suceso imposible**. Por ejemplo: lanzar un dado de 6 caras y sacar un 7.

3- Un suceso que tiene probabilidad 1 es un suceso que va a ocurrir siempre, y se denomina **suceso seguro**. Por ejemplo: lanzar un dado y que salga algún número.

4- Si la probabilidad de un suceso es *p*, entonces la probabilidad de que no ocurra el suceso (la probabilidad de que *pase lo contrario* del suceso) es *1- p*.

5- Los sucesos no siempre son equiprobables, y no siempre puede usarse la regla de Laplace para calcular probabilidades de ocurrencia.

Dato curioso: Los juegos de azar y la información

¿Qué diferencia hay entre una quiniela y un décimo de lotería?

Una diferencia obvia es que la quiniela la tenemos que rellenar nosotros y el décimo de lotería nos lo dan y no tenemos que hacer nada. Pero también hay otro aspecto en el que se diferencian más interesante, sigue leyendo:

Dato curioso: Los juegos de azar y la información

¿Qué es una quiniela?

Una quiniela es una apuesta por los resultados de quince partidos de fútbol (el equipo X gana – pierde – empata).
La quiniela puede rellenarse al azar, pero normalmente no se hace eso, sino que se aprovecha lo que se sepa de fútbol para decidir si se apuesta por si un equipo va a ganar o perder. ¿Cómo?
Hay muchos factores que se conocen que pueden ayudar a decidir: si un equipo ha jugado muchos partidos y los ha ido perdiendo, se lleva mal con su entrenador y va a jugar fuera de casa, es probable que los jugadores estén cansados y desanimados y pierdan.
¿Y te has fijado en que la decisión de si gana el equipo A o el B se hace en base a la **opinión personal**, basada en hechos objetivos pero opinión personal, que se tenga sobre el equipo? (*Sí, últimamente han perdido pero han cambiado de entrenador y juegan en casa, yo* ***creo*** *que les va a ir bien…*)
La probabilidad de acertar los resultados de los 15 partidos rellenando la quiniela **al azar** es de 1 entre 3^{15}, es decir, aproximadamente del 0,000007%.

Dato curioso: Los juegos de azar y la información

¿Y la lotería?

En general la lotería consiste en apostar por la extracción de un número de cinco cifras (el del décimo que compremos). Los números se van extrayendo uno a uno de cinco bombos distintos (unidades, decenas, centenas etc.). Y en este caso no hay información *extra* que nos ayude a tener más probabilidades de ganar. No hay números más favorecidos que otros, ni días en los que los bombos se comporten de cierta manera. Sólo se compra el décimo y se *cruzan los dedos*.
Es cierto que sí hay un comportamiento respecto a los números de lotería, hay *números feos*, números que a la gente *no le gustan* y no los compra (y por supuesto depende de cada uno), por ejemplo alguien puede decir que el número 00001 tiene muchos ceros y que no le gusta. No obstante este número tiene exactamente la misma probabilidad de ser extraído que cualquier otro. La probabilidad de que un décimo gane el primer premio de la lotería es de 1 entre 100.000, es decir, un 0,001%.

Nota importante: el resultado anterior no es exacto para la lotería nacional española puesto que esta es un poco más compleja; los números vienen acompañados de una serie, y esta no se ha considerado en los cálculos.

Dato curioso: Los juegos de azar y la información

Todo esto nos lleva a un punto interesante. Hemos definido la probabilidad como una forma de medir la posibilidad de que un suceso ocurra. La cosa es que hay sucesos y sucesos. Hay sucesos muy sencillos y otros muy complicados.
Si alguien nos pregunta por la probabilidad de que su décimo de lotería gane el primer premio sabremos responderle enseguida. Sin embargo, si alguien nos pregunta por la probabilidad de que dentro de un mes se descubra la cura definitiva contra el cáncer no sabríamos qué decirle.

El suceso *encontrar la cura definitiva contra el cáncer en el plazo de un mes* es un suceso muy complejo, y no sabemos cómo calcular su probabilidad.
Sin embargo, sí somos capaces de dar una medida aproximada (*lo veo poco probable*, *completamente imposible*, *podría ser*, *seguro que sí*) que a su vez depende de los conocimientos que tengamos sobre el tema (no va a ser lo mismo preguntarle sobre el cáncer a un médico o investigador sanitario que a cualquier otra persona) y de nuestra propia valoración personal. Esto se conoce como **Probabilidad Subjetiva**.

El espacio muestral

Pasamos a contenidos un poco más complicados (pero no mucho):

Puesto que estamos asignando a los resultados de los sucesos aleatorios sus probabilidades de ocurrencia, parece buena idea hacer una lista de todos los resultados posibles del suceso.

Cuando tenemos un suceso aleatorio, el **conjunto** de cada uno de los resultados individuales posibles de ese suceso se denomina **espacio muestral**, y suele denotarse con la letra omega mayúscula: $\boldsymbol{\Omega}$

Como siempre, vamos a dar algunos ejemplos:

El espacio muestral

Suceso aleatorio 1: el lanzamiento de una moneda.

Posibles resultados individuales: 2 (sacar una cara --- sacar una cruz)

$\boldsymbol{\Omega}_{\text{lanzar una moneda}} = \{\text{cara, cruz}\}$

Suceso aleatorio 2: el lanzamiento de un dado.

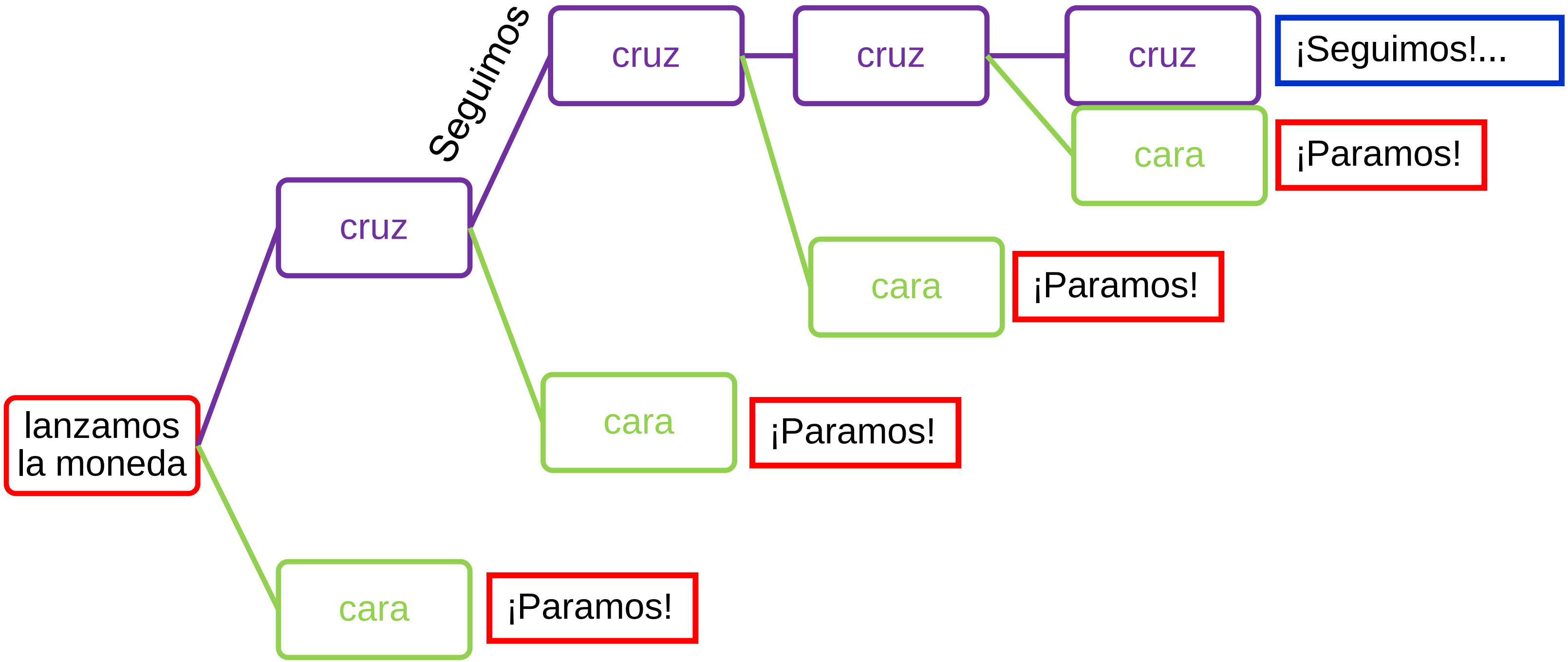
Posibles resultados individuales: 6 (sacar un 1, 2, 3, 4, 5 ó 6)

$\boldsymbol{\Omega}_{\text{lanzar un dado}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

El espacio muestral

Suceso aleatorio 3: lanzar una moneda hasta que salga la primera cara.

Este caso es un poco más complicado, veámoslo con un esquema:



El espacio muestral

Es decir, que los resultados individuales de este experimento pueden ser:

Obtener la cara a la primera
Obtener una cruz y una cara
Obtener dos cruces y una cara
Obtener tres cruces y una cara
Obtener cuatro cruces y una cara
...
Obtener n cruces y una cara
...
Así que, si denotamos “c” por obtener una cara y “x” por una cruz, el espacio muestral es:
$\mathbf{\Omega}_{\text{lanzar una moneda hasta obtener una cara}} = \{c, xc, xxc, xxxc, xxxxc, \ldots\}$

Es un conjunto de infinitos elementos.

El espacio muestral

Ya casi estamos listos, tenemos el suceso aleatorio, la lista de sus posibles resultados, ¡pues a asignar probabilidades!

Eeeeh... ¿y eso cómo se hace?

No hay un método sistemático para asignar probabilidades a cualquier suceso. La posibilidad de que un suceso ocurra depende del suceso en sí, de los factores que le afectan y **de lo que sepamos nosotros** sobre el suceso, y cada suceso es único.

La asignación de probabilidades se hace a través de **funciones de masa**, **funciones de densidad** y **funciones de distribución**, que son herramientas que no vamos a explicar en este apartado de Conceptos Básicos. No obstante, hay muchos sucesos que están modelizados a través de **distribuciones de probabilidad**. A continuación vamos a detallar las más conocidas.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ten en cuenta que las explicaciones y ejemplos que vas a ver a continuación requieren saber un poquito de Matemáticas. Además no están contados en profundidad, puesto que eso requeriría conocimientos avanzados de varios conceptos y técnicas de cálculo. Estos ejemplos se ofrecen como algo meramente ilustrativo de cómo se hace a veces para calcular probabilidades de diversos sucesos.

Para empezar vamos a explicar dos conceptos matemáticos: el factorial de un número y número combinatorio.

El factorial de un número natural n se denota por n! y se define como sigue:
n! = n * (n-1) * ... * 2 * 1
Por ejemplo: 8! = 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 40.320

Se denomina *número combinatorio n sobre k*, y se denota por $\binom{n}{k}$ a la expresión

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!*(n-k)!}$$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

En los números combinatorios, n y k deben ser números naturales, y además k debe ser siempre menor o igual que n.

Los números combinatorios sirven para calcular de cuántas formas podemos hacer una selección de k objetos a elegir de entre n elementos.

Por ejemplo, el juego de la primitiva consiste en escoger 6 números de entre 49 y apostar porque nuestros seis números van a ser los extraídos. Si hacemos una apuesta simple, la probabilidad que tenemos de ganar el primer premio es de una frente a todas las maneras que haya de seleccionar 6 números de entre 49, sin que haya números repetidos y sin que nos importe el orden en el que se extraen. La respuesta a esto nos la da el número combinatorio

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{6!*(49-6)!} = \frac{49!}{6!*43!} = 13.983.816$$

En resumen, la probabilidad de ganar el primer premio de este juego haciendo una única apuesta es de una entre casi catorce millones. Y ahora sí, vamos con los ejemplos.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

1- La distribución **Uniforme Discreta**:

Un suceso aleatorio se dice que sigue una distribución **uniforme discreta** si tiene un **número finito de resultados** y los **resultados son equiprobables**; en este caso, la probabilidad de cualquiera de los resultados individuales es:

$$\frac{1}{\text{Nº de resultados}}$$

La distribución uniforme discreta utiliza la regla de Laplace.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución uniforme discreta: saliendo del metro

Hemos quedado con un amigo en una zona de la ciudad que no conocemos, sólo sabemos la parada de metro. Cuando llegamos el metro tiene cuatro salidas y no sabemos por cuál hay que salir. Sólo hay una salida que nos lleva a nuestro amigo, ¿cuál es la probabilidad de que escojamos la salida *buena*?

Hay cuatro opciones para escoger (4 resultados posibles), y como no tenemos ninguna información adicional sobre la salida correcta, asignamos a todas la misma probabilidad de ser la correcta (sucesos equiprobables).
Hay una salida buena (1 resultado favorable).

Entonces la probabilidad de escoger la salida *buena* es 1/4 = 0,25 = 25%

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

2- La **distribución Binomial**

Cuando un suceso aleatorio cumple las siguientes condiciones :

- Sólo tiene dos resultados, que llamaremos E (de *éxito*) y F (de *fracaso*)
- La probabilidad de que el resultado del suceso sea E es *p* y la de F es *q*, y además se cumple que p+q=1, o lo que es lo mismo, 1-p = q.

si el suceso se repite n veces y queremos estudiar el número de veces que se obtiene como resultado E, la probabilidad de que, repitiendo el experimento n veces aparezca x veces E, será:

$$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Se dice que este tipo de sucesos sigue una **distribución binomial**.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución binomial: el overbooking en los aviones

Una compañía aérea tiene un avión de 100 plazas. Como casi siempre hay pasajeros que fallan, la compañía decide vender más billetes que plazas hay en el avión. Se sabe que un viajero tiene un 90% de probabilidades de acudir al aeropuerto y coger el vuelo. Un día la compañía vende 110 billetes, ¿cuál es la probabilidad de que ese día se presenten 105 pasajeros y por lo tanto haya *overbooking*?

En este caso:
E = el viajero se presenta en el aeropuerto, con probabilidad p = 0,9
F= el viajero no se presenta en el aeropuerto, con probabilidad q=1-p= 1– 0,9 = 0,1
n = 110 pasajeros que han comprado el billete
x = 105 número de éxitos (viajeros que se presentan para coger el vuelo)

P(se presentan 105 pasajeros) = $\binom{110}{105} * 0{,}9^{105} * 0{,}1^{110-105}$ ≈ 0,019 =1,9%

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

3- La **distribución Geométrica**
Cuando un suceso aleatorio cumple las siguientes condiciones :

- Sólo tiene dos resultados, que llamaremos E (de *éxito*) y F (de *fracaso*)
- La probabilidad de que el resultado del suceso sea E es *p* y la de F es *q*, y además se cumple que p+q=1, o lo que es lo mismo, 1-p = q.

si el suceso se repite hasta que salga como resultado E y queremos estudiar cuánto tardamos en obtener E, la probabilidad de que aparezcan x veces F antes del primer E será:

$$(1-p)^x * p$$

Se dice que este tipo de sucesos sigue una **distribución geométrica**.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución geométrica: ¿Será niña?

Tenemos un matrimonio al que le gustaría tener una niña, y deciden tener hijos hasta conseguirlo. ¿Cuál es la probabilidad de que tengan primero 3 niños y la cuarta sea la niña? (Suponemos que no hay embarazos múltiples):

a) El suceso *tener descendencia* sólo tiene dos resultados posibles en cuestión de sexo del nacido: niña (que puesto que es lo que quiere el matrimonio, en este caso es el resultado considerado exitoso, E), o niño (F).

b) Podemos asumir que la probabilidad de que nazca un bebé de un sexo u otro es del 50%, esto es, p = ½, y por lo tanto, q = 1 – p = 1 – ½ = ½ .

c) Queremos estudiar la probabilidad del suceso *tener descendencia y que los tres primeros nacidos sean niños y la cuarta niña*:

x = 3
p = ½ = 0,5
q = 1 - p = 1 – ½ = ½ = 0,5
P(el cuarto nacimiento sea una niña y los tres anteriores niños) = $0,5^3 * 0,5^1 \approx 0,0625$ = 6,25%

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

4- La distribución **Binomial Negativa**

Cuando un suceso aleatorio cumple las siguientes condiciones :

- Sólo tiene dos resultados, que llamaremos E (de *éxito*) y F (de *fracaso*)
- La probabilidad de que el resultado del suceso sea E es *p* y la de F es *q*, y además se cumple que p+q=1, o lo que es lo mismo, 1-p = q.

si el suceso se repite muchas veces y queremos estudiar cuantos resultados F ocurren antes de obtener r resultados de E entonces la probabilidad de que aparezcan x F antes de r E será:

$$\binom{x+r-1}{x} q^x * p^r$$

Se dice que este tipo de sucesos sigue una distribución **binomial negativa**.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución binomial negativa: Lanzamiento de un dado

Vamos a lanzar un dado hasta que saquemos siete veces un dos. ¿Cuál es la probabilidad de que tengamos que lanzar el dado 10 veces?

El fenómeno aleatorio lanzar un dado hasta obtener un dos sólo tiene dos posibles resultados: sacar el dos (E) o no sacarlo (F).

La probabilidad de sacar un dos es 1/6, y la de no sacar un dos es 5/6. El número de éxitos (E) es 7, luego r=7, y el de fracasos (F), 10 - 7 = 3, luego x=3
La probabilidad de obtener 7 veces un 2 en 10 tiradas es:

$$\binom{3+7-1}{3} * \left(\frac{5}{6}\right)^3 * \left(\frac{1}{6}\right)^7 \approx 0{,}00017 = 0{,}017\ \%$$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

5- La distribución **Hipergeométrica**

Tenemos una población dividida en dos subpoblaciones A y B que tienen las siguientes características:
La población total tiene N elementos, de los que A tiene N_1 y B N_2, siendo $N_1 + N_2 = N$

Vamos a extraer una muestra de la población de tamaño n, de forma que el elemento extraído **no** se devuelve a la población (muestreo **sin reemplazamiento**).
Queremos calcular la probabilidad de extraer x elementos pertenecientes a la población A.
Entonces la probabilidad de que al extraer de la población n elementos sin reemplazamiento, x sean tipo A es:

$$\frac{\binom{N_1}{x}\binom{N-N_1}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Se dice que este tipo de sucesos sigue una **distribución hipergeométrica**.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución hipergeométrica: Jugadas de cartas

Tenemos una baraja de cuarenta cartas de la que vamos a extraer ocho. ¿Cuál es la probabilidad de que cinco de ellas sean una figura (sota o caballo o rey)?

En este caso, la población A son las figuras, que son doce (N_1 = 12), y la población B es el resto del mazo, que son veintiocho cartas (N_2 = 40-12 = 28). N = 12+28 = 40, n = 8 y finalmente x = 5.

La probabilidad de que al seleccionar ocho cartas haya cinco que sean figuras es:

$$\frac{\binom{12}{5}\binom{40-12}{8-5}}{\binom{40}{8}} \approx 0{,}034 = 3{,}4\ \%$$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

6- La **distribución de Poisson**

La distribución de Poisson es un modelo de probabilidad que se utiliza para medir la probabilidad de ocurrencia de un fenómeno aleatorio en un intervalo de tiempo o en una región. Por ejemplo, las llamadas de teléfono a una centralita en una hora, el número de accidentes de tráfico por semana, el número de erratas contenidas en una página impresa etc.

La **distribución de Poisson de parámetro λ** establece que la probabilidad de que ocurran x fenómenos en un intervalo (temporal o espacial) dado es:

$$\frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución de Poisson: ¿cuántos goles se meterán en el partido?

Sabemos que el número de goles que se meten en un partido de fútbol sigue una distribución de parámetro λ=2 (dato ficticio). ¿Cuál es la probabilidad de que el próximo partido, entre un equipo y otro se marquen en total 8 goles?

$x=8$

$\lambda=2$

$$P(x=8)= \frac{2^8}{8!}e^{-2} \approx 0{,}00086 = 0{,}086\%$$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

7- La distribución **Uniforme Continua**

Se dice que un suceso aleatorio sigue una distribución uniforme continua de parámetros (a,b), y se denota por U(a,b), cuando cumple las siguientes condiciones:

a) Los resultados del suceso sólo pueden tomar valores comprendidos en un intervalo (a,b), con **a** y **b** dos números reales y **a** siempre más pequeño que **b**.

a) La probabilidad de que el suceso tome un valor menor o igual que x viene dada por la fórmula:

$$\frac{x-a}{b-a}$$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución uniforme continua: cortando una cuerda

Tenemos una cuerda de 3 metros de longitud y queremos cortarla en dos trozos. ¿Cuál es la probabilidad de que hagamos el corte por debajo de los dos metros?

En este caso tenemos una distribución uniforme (a=0, b=3), x =2, y la probabilidad de que hagamos el corte por debajo de los dos metros es la probabilidad de que cortemos por alguno de los puntos de la línea en rojo,

y según la fórmula anterior es

P(cortar por debajo de dos) = $\dfrac{2-0}{3-0} = \dfrac{2}{3}$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

8- La distribución **Exponencial**

Se dice que un suceso aleatorio sigue una distribución exponencial de parámetro λ si el fenómeno sólo toma resultados positivos y además la probabilidad de que el fenómeno tenga un resultado de valor menor o igual que x es:

$$1-e^{-\lambda x}$$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución exponencial: ¿cuántos durará la bombilla?

Sabemos que la duración de una bombilla es un fenómeno aleatorio que sigue una distribución exponencial de parámetro $\lambda = 0{,}001$. ¿Cuál es la probabilidad de que la bombilla se funda antes de llevar 2000 horas encendida?

En este caso, $x = 2000$, y la probabilidad de que la bombilla se funda antes de llegar a las 2000 horas encendidas es:

$$1-e^{-\lambda x}=1-e^{-2000/1000}=1-e^{-2}\approx 0{,}86$$

Es decir, que con una probabilidad de aproximadamente un 86% la bombilla no nos durará 2000 horas.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

9- La distribución **Normal**

La distribución normal fue descrita por primera vez por De Moivre en 1753, pero no comenzó a usarse hasta el siglo XIX, gracias a Gauss y Laplace. Su nombre, *normal*, viene de que en la época se pensaba que lo habitual para los fenómenos aleatorios era que se distribuyeran según esta distribución, y que las otras distribuciones de probabilidad eran raras. Aunque hoy en día se sabe que las distribuciones binomial, de Poisson, exponencial etc. no son *raras,* la normal ha mantenido su nombre.

Se dice que un suceso aleatorio sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ cuando la probabilidad de que el fenómeno tenga un resultado de valor menor o igual que x es:

$$\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

9- La distribución **Normal**

El cálculo de valores para la fórmula anterior es muy complicado, por eso existen **tablas de la normal**, que son un conjunto de datos en los que se da el valor de la probabilidad de que el suceso que estemos considerando tome un valor menor o igual que uno fijado x.

Ejemplos de distribuciones de probabilidad

Ejemplo de distribución normal: ¿hará calor el año que viene?

Nos dicen que las temperaturas máximas en julio en una ciudad siguen una distribución normal de media 34,2 y desviación típica 3,2. ¿Cuál es la probabilidad de que en el próximo mes de julio la temperatura máxima supere los 36 grados?

Si consultamos una tabla de valores para la distribución normal veremos que tal probabilidad es **0,2877**, es decir, casi un 29%.

Dato curioso: los sucesos aleatorios en el mundo real

Los ejemplos del lanzamiento de la moneda y el dado son los ejemplos típicos de sucesos aleatorios, pero no parecen muy naturales. ¿Qué otras cosas aleatorias hay en el mundo? Vamos a ver algunos ejemplos.

1- La altura de una persona, o en general el tamaño de cualquier ser vivo. La estatura que alcanzamos viene determinada genéticamente pero sólo en parte. La otra parte son los factores ambientales, que se pueden controlar más o menos, pero nunca completamente: alimentación durante el periodo de crecimiento, padecimiento de ciertas enfermedades, exposición a factores que alteren el crecimiento (consumo de sustancias nocivas etc). Todo esto hace que no se puede predecir la estatura que alcanzará una persona con exactitud.

Dato curioso: los sucesos aleatorios en el mundo real

2- El valor de una acción en la Bolsa: el precio de las acciones de una compañía varía de un día para otro de forma no predecible (¡de lo contrario todo el mundo sería rico!).

3- El tiempo que estamos esperando al autobús: cuando llegamos a la parada de autobús no sabemos cuánto vamos a estar esperando. Puede que el autobús llegue enseguida, o puede que nos toque estar un buen rato. El tiempo que tarda en llegar el autobús depende de factores que no pueden controlarse: el tráfico, el número de personas que hay en cada parada, la pericia del conductor, que haya o no una avería...

Gran parte de los fenómenos asociados a las Ciencias Sociales como la Economía, la Demografía etc. se consideran fenómenos aleatorios, puesto que no hay (o al menos no se conocen) leyes que los rijan exactamente. El número de nacimientos, la tasa de criminalidad, el número de parados, por citar sólo algunos ejemplos, no se puede predecir con exactitud. Afortunadamente la Estadística y las Matemáticas nos dan métodos y herramientas para estudiarlos adecuadamente.

Y por último...

Con esto acaba esta primera parte. Puedes seguir ampliando conocimientos sobre estadística con la segunda parte, y también puedes evaluar lo que has aprendido con nuestro test.